

Semaine du 1er Septembre au 6 Septembre : Calcul de Dérivées

Exercice 57 (Fonctions polynômes) Donner les dérivées des fonctions suivantes sous une forme la plus factorisée possible :

1. $f : x \rightarrow x^2$ 2. $f : x \rightarrow x^3 - 2x^2 + 5x$ 3. $f : x \rightarrow (x-2)(x+2)$

Exercice 58 (Fonctions rationnelles) Donner les dérivées des fonctions suivantes sous une forme la plus factorisée possible :

1. $f : x \rightarrow \frac{1}{x^2 + 1}$ 2. $f : x \rightarrow \frac{x^2 - 2x + 3}{2x + 5}$ 3. $f : x \rightarrow \frac{x^3 + 2x - 6}{x^2 + 1}$

Exercice 59 (Fonctions exponentielles) Donner les dérivées des fonctions suivantes sous une forme la plus factorisée possible :

1. $f : x \rightarrow e^x + e^{-x}$ 2. $f : x \rightarrow e^{3x}$ 3. $f : x \rightarrow e^{1-ax}$

Exercice 60 (Fonctions logarithme) Donner les dérivées des fonctions suivantes sous une forme la plus factorisée possible :

1. $f : x \rightarrow \ln(x^3)$ 2. $f : x \rightarrow x \ln(x) - x$ 3. $f(x) = \ln(2x) - \ln(x)$

Exercice 61 (Fonctions Racine carrée) Donner les dérivées des fonctions suivantes sous une forme la plus factorisée possible :

1. $f : x \rightarrow \sqrt{2-x}$ 2. $f : x \rightarrow \sqrt{\ln(x)}$ 3. $f : x \rightarrow \sqrt{x(x+1)}$

Exercice 62 Donner les dérivées des fonctions suivantes sous une forme la plus factorisée possible :

1. $f : x \rightarrow (\sqrt{x} + 1) \times (x^2 - 2)$ 2. $f : x \rightarrow \frac{1}{1 - 4x}$

Exercice 63 (Fonction composée) Donner les dérivées des fonctions suivantes sous une forme la plus factorisée possible :

1. $f : x \rightarrow (\ln(x))^3$ 3. $f : x \rightarrow x^2 \sqrt{2x - 3}$
2. $f : x \rightarrow \frac{\sqrt{3x + 2}}{x - 5}$ 4. $f : x \rightarrow \left(\frac{x + 3}{x - 1}\right)^2$

Semaine du 7 Septembre au 13 Septembre

Exercice 64 (Calcul littéral) Factoriser chaque expression.

1. $A = (2x + 3)^2 + (x - 2)(2x + 3)$. 2. $B = (2t - 7) - (5t + 1)(2t - 7)$.

Exercice 65 (Fractions) Simplifier au maximum les expressions suivantes.

1. $C = \frac{9 \times 8 \times 10}{6} - \frac{21 \times 13}{42}$. 2. $D = n(n + 1) - 4n \times \frac{n + 2}{6}$.

Exercice 66 (Puissances et racines) Simplifier au maximum les expressions suivantes en supprimant la racine du dénominateur le cas échéant.

1. $E = \frac{1 + 2x^2}{\sqrt{4 + 8x^2}}$. 2. $F = (-1)^{n+1} + 2(-1)^n + (-1)^{n+2}$.

Exercice 67 (Équations) Résoudre les équations suivantes :

1. $e^{3x+2} = e$. 2. $4x - 6 = -10 + 6x$.

Exercice 68 (Logarithme et Exponentielle) Simplifier au maximum les expressions suivantes.

1. $G = \ln\left(\frac{\sqrt{2+1}}{2}\right) + \ln\left(\frac{\sqrt{2-1}}{2}\right)$. 2. $H = e^{3 \ln(2)}$.

Exercice 69 (Dérivées) Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $f(x) = 2x^3 - 2 \ln(x)$. 2. $g(x) = (x^3 + x)e^x$. 3. $h(x) = (\ln x)^2$.

Exercice 70 (Inéquations) Résoudre les inéquations suivantes.

1. $-x + 4 \geq 2x - 7$. 2. $(2x + 5)(x - 2)x^2 > 0$.

Semaine du 14 Septembre au 20 Septembre

Exercice 71 (Calcul littéral) Développer puis réduire chaque expression.

1. $A = (x + 2)^2(x - 2)^2$. 2. $B = (5x + 4)(2x + 3) - (2x + 5)$.

Exercice 72 (Fractions) Simplifier au maximum les expressions suivantes.

1. $C = \frac{x^8(x + x^4)}{x^3 + x^6}$. 2. $D = 1 + \frac{x^4 - x^2}{x^2 - 1}$.

Exercice 73 (Puissances et racines) Simplifier au maximum les expressions suivantes.

1. $E = \sqrt{27} - \sqrt{75} + 4\sqrt{12}$. 2. $F = 8^{n+1} - 4^n \times 2^{n+2}$.

Exercice 74 (Équations) Résoudre les équations suivantes :

1. $\frac{3}{2}x + 5 = -\frac{4}{3}$. 2. $x^2 + 4x + 2 = 0$.

Exercice 75 (Logarithme et Exponentielle) Simplifier au maximum les expressions suivantes.

1. $G = \ln(\sqrt[5]{e})$. 2. $H = \ln(\sqrt{e^4}) - \ln(\sqrt{e^2})$.

Exercice 76 (Dérivées) Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $f(x) = x^2e^x$. 2. $g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$. 3. $h(x) = x\sqrt{x}$.

Exercice 77 (Inéquations) Résoudre les inéquations suivantes.

1. $(2x - 2)(4x + 16) < 0$. 2. $2(x + 1) < 3 + 2x$.

Semaine du 21 Septembre au 27 Septembre : Calcul de limites

Exercice 78 (Somme de limites) Calculez les limites suivantes.

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-2x} + \ln(x)$. 2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-2x} + x^2$. 3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) - \frac{1}{x}$.

Exercice 79 (Produit de limites) Calculez les limites suivantes.

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \ln(x)$. 2. $\lim_{x \rightarrow 0} e^{-x}|x|$. 3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{1-x} \ln\left(x - \frac{1}{2}\right)$.

Exercice 80 (Quotient de limites) Calculez les limites suivantes.

1. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 3}{2 - x}$. 2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}}$. 3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x}}{x^2 + x}$.

Exercice 81 (Limites de composée) Calculez les limites suivantes.

1. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \ln(x^2 - 4)$. 2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-1/x}$. 3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{1}{x}\right)$.

Exercice 82 (Limites) Calculez les limites suivantes.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} + \ln(x)$. 2. $\lim_{x \rightarrow 2} \ln\left(\frac{2}{x-2}\right)$. 3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{e^{-x} + 2}$.

Exercice 83 (Forme indéterminée - polynôme) En factorisant les expressions par le terme de plus haut degré, calculez les limites des polynômes suivants.

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - x + 2$. 2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + x^2 - 5$. 3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{57} - x^{24} + 5$.

Exercice 84 (Forme indéterminée - fractions rationnelles) En factorisant les expressions au numérateur et au dénominateur par le terme de plus haut degré et en simplifiant, calculez les limites des polynômes suivants.

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - x + 2}{x^2 + x}$. 2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x + 3}{x^4 + 3}$. 3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4x + 2}{3x^2 + 2}$.

Semaine du 28 Septembre au 4 Octobre

Exercice 85 (Puissances et racines) Simplifier au maximum les expressions suivantes.

$$1. A = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}. \quad 2. B = \frac{10^{n+1} - 9 \times 10^n - 10^{n+2}}{20 \times 10^{n-2} + 8 \times 10^{n-1}}.$$

Exercice 86 (Équations) Résoudre les équations suivantes :

$$1. \frac{2}{x} + 4 = 2. \quad 2. (-2x + 4)(3x - 5) = 0.$$

Exercice 87 (Logarithme et Exponentielle) Simplifier au maximum les expressions suivantes.

$$1. C = \exp(4 \ln(e^{-3/4})). \quad 2. D = \ln(\sqrt{5} + 2) + \ln(\sqrt{5} - 2).$$

Exercice 88 (Limites) Calculer les limites suivantes

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2}. \quad 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sqrt{x})}{x^3}.$$

Exercice 89 (Dérivées) Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

$$1. f(x) = e^x - e^{-x}. \quad 2. g(x) = \frac{x^2 - 2x}{2x + 5}. \quad 3. h(x) = \sqrt{nx}e^{nx}.$$

Exercice 90 (Inéquations) Résoudre les inéquations suivantes.

$$1. \frac{x-2}{3} - \frac{1-x}{2} \geq 5. \quad 2. \frac{5-3x}{x^2-1} \leq 0.$$

Exercice 91 (Récurrence) Soit $x \in \mathbb{R}^+$. Montrer par récurrence que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad (1+x)^n \geq 1+nx.$$

Semaine du 5 Octobre au 11 Octobre

Exercice 92 (Puissances et racines) Simplifier au maximum les expressions suivantes.

$$1. A = \left(\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}} \right)^2. \quad 2. B = 2(-1)^{2n-1} + (-1)^{-n}(-1)^{-n+2}.$$

Exercice 93 (Équations) Résoudre les équations suivantes :

$$1. \ln(e^x - 3) = 0 \quad 2. (2x + 5)^2 = 25$$

Exercice 94 (Logarithme et Exponentielle) Simplifier au maximum les expressions suivantes.

$$1. C = e^{-\ln(\ln(2))}. \quad 2. D = \ln\left(\frac{1 + e^{2x}}{1 + e^{-2x}}\right).$$

Exercice 95 (Limites) Calculer les limites suivantes

$$1. \lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x. \quad 2. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 \sqrt{x}).$$

Exercice 96 (Dérivées) Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

$$1. f(x) = e^{-x}. \quad 2. g(x) = \frac{1}{\ln(x)}. \quad 3. h(x) = \frac{x \ln x - 1}{x}.$$

Exercice 97 (Inéquations) Résoudre les inéquations suivantes.

$$1. e^{2x} - 2e^x \geq 0. \quad 2. \frac{x+5}{x-1} \leq \frac{x-3}{x+2}.$$

Exercice 98 (Récurrence) Soit la suite $u_0 > 0$ et $u_{n+1} = \ln(1 + u_n)$. Montrer par récurrence que pour tout entier n , u_n est bien défini et $u_n > 0$.

Semaine du 12 Octobre au 18 Octobre

Exercice 99 (Puissances et racines) Simplifier au maximum les expressions suivantes.

$$1. A = \frac{(x\sqrt{x})^4}{(x^3 \times x)^2} \qquad 2. B = 8^n - 4^n \times 2^{n+2}.$$

Exercice 100 (Fonctions usuelles) Écrire sans symbole de valeur absolue les nombres suivants :

$$1. C = \left| 3\ln(2) + \ln\left(\frac{1}{9}\right) \right| \qquad 2. D = |\ln(e^2 + 1)|.$$

Exercice 101 (Équations) Résoudre les équations suivantes :

$$1. x^3 = x. \qquad 2. (x^2 + 1)^2 = (x^2 - 1)^2.$$

Exercice 102 (Limites) Calculer les limites suivantes

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 - \frac{1}{x\sqrt{x}} \right). \qquad 2. \lim_{x \rightarrow +\infty} ((-x)^3 \sqrt{x}).$$

Exercice 103 (Dérivées) Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

$$1. f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x. \qquad 2. g(x) = \frac{1}{1 - e^x}. \qquad 3. h(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$$

Exercice 104 (Inéquations) Résoudre les inéquations suivantes.

$$1. e^{2x-3} - 2 \geq 0. \qquad 2. \frac{x+3}{x^2-1} \geq \frac{3}{x-1}.$$

Exercice 105 (Récurrence) On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \sqrt{n + u_n}$. Montrer par récurrence que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante.

Semaine du 19 Octobre au 1er novembre : Calcul de sommes

Exercice 106 (Par récurrence) Montrer les résultats suivants en utilisant un raisonnement par récurrence.

$$1. \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}. \qquad 2. \sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

Exercice 107 (En factorisant) Calculer les sommes suivantes en utilisant la propriété de factorisation.

$$1. \sum_{k=0}^n u_0 q^k. \qquad 2. \sum_{k=0}^n 3^{k-2}. \qquad 3. \sum_{k=0}^n x^{2k+2}.$$

Exercice 108 (En développant) Calculer les sommes suivantes en développant les termes à l'intérieur.

$$1. \sum_{k=0}^n k + k^2. \qquad 2. \sum_{k=0}^n k(k^2 + 1). \qquad 3. \sum_{k=0}^n 2k^3 + 3k.$$

Exercice 109 Calculer les sommes en ajoutant ou retranchant des termes.

$$1. \sum_{k=2}^n k^2. \qquad 2. \sum_{k=1}^{n-1} x^k. \qquad 3. \sum_{k=2}^n k(k-1).$$

Exercice 110 (Changement d'indice) Calculer les sommes suivantes à l'aide d'un changement d'indice.

$$1. \sum_{k=2}^{n+2} x^{k-2}. \qquad 2. \sum_{k=3}^n (k-2)^2. \qquad 3. \sum_{k=2}^{n+1} (k-1)^3.$$

Exercice 111 (En utilisant une somme télescopique) Calculer les sommes télescopiques suivantes.

$$1. \sum_{k=1}^n k^3 - (k-1)^3. \qquad 2. \sum_{k=0}^n e^{k+1} - e^k. \qquad 3. \sum_{k=2}^n \ln\left(\frac{k+1}{k}\right).$$

Exercice 112 (Binôme de Newton) Calculer les sommes suivantes.

$$1. \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k 3^{n-k}. \qquad 2. \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}. \qquad 3. \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k (-2)^{n-k}.$$